

**Konferencja MOIIB i MPOIA RP  
Kraków, 16-17.11.2015**

# **Metody obliczeń statycznych blach fałdowych dla wybranych szczególnych przypadków**

Leopold Sokół  
Dr inż., Prof. CHEM Paris  
**SOKOL Consultants**

# Wybrane szczególne przypadki dotyczące obliczeń blach fałdowych

- Obciążenie skupione liniowe
- Obciążenie skupione punktowe
- Blachy na zakrzywionych połączeniach dachowych z krzywizną zrealizowaną na budowie

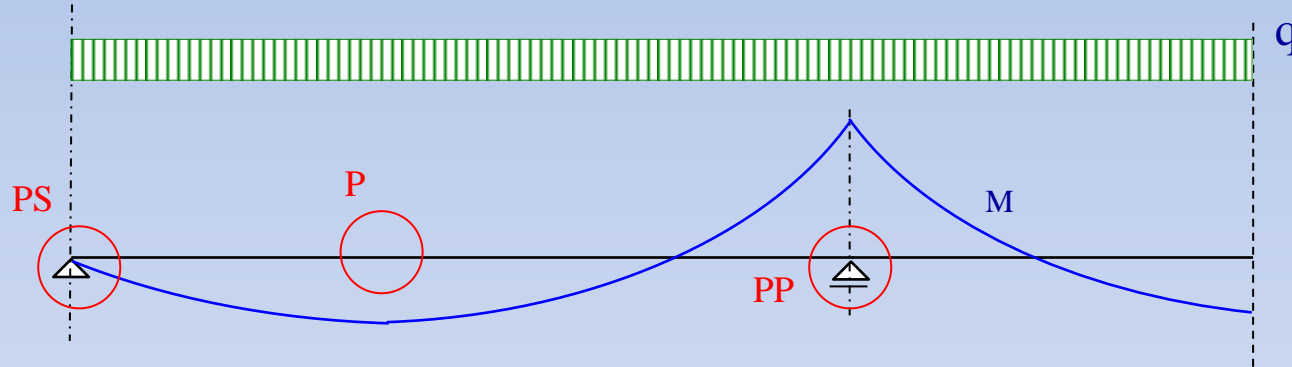
# Wstęp, uwagi ogólne

Ogólnie biorąc, dla blach fałdowych obciążonych grawitacyjnie należy sprawdzić następujące kryteria wytrzymałości:

- Na podporach skrajnych: wytrzymałość na reakcje (zgniatanie środków) oraz na naprężenia ścinające,
- W przęsłach: wytrzymałość na maksymalny moment przęsłowy,
- We wszystkich miejscach przyłożenia sił skupionych liniowych lub punktowych: wytrzymałość na siłę skupioną, moment oraz interakcje moment + siłą skupioną. Sprawdzenie to dotyczy również przekrojów na podporach pośrednich, traktując reakcję jak obciążenie skupione liniowe.

## Zasady obliczeń teoretycznych:

- Układ pracuje w zakresie **sprężystym**
- **Stan Graniczny Użytkowości** (pod obciążeniem charakterystycznym) jest określony dopuszczalnym ugięciem
- **Stan Graniczny Nośności** (pod obciążeniem obliczeniowym) jest określony osiągnięciem wytrzymałości w jakimkolwiek przekroju



### Kryteria wytrzymałości:

- "**PS**" Podpora Skrajna: zmiażdżenie środków
- "**P**" Przęsło: moment zginający
- "**PP**" Podpora Pośrednia: moment, reakcja, interakcja

### Kryterium odkształcenia:

- Strzałki ugięcia w połowie przęseł

Należy tu zwrócić uwagę na wytrzymałość przekroju w którym działa jednocześnie moment i siła skupiona.

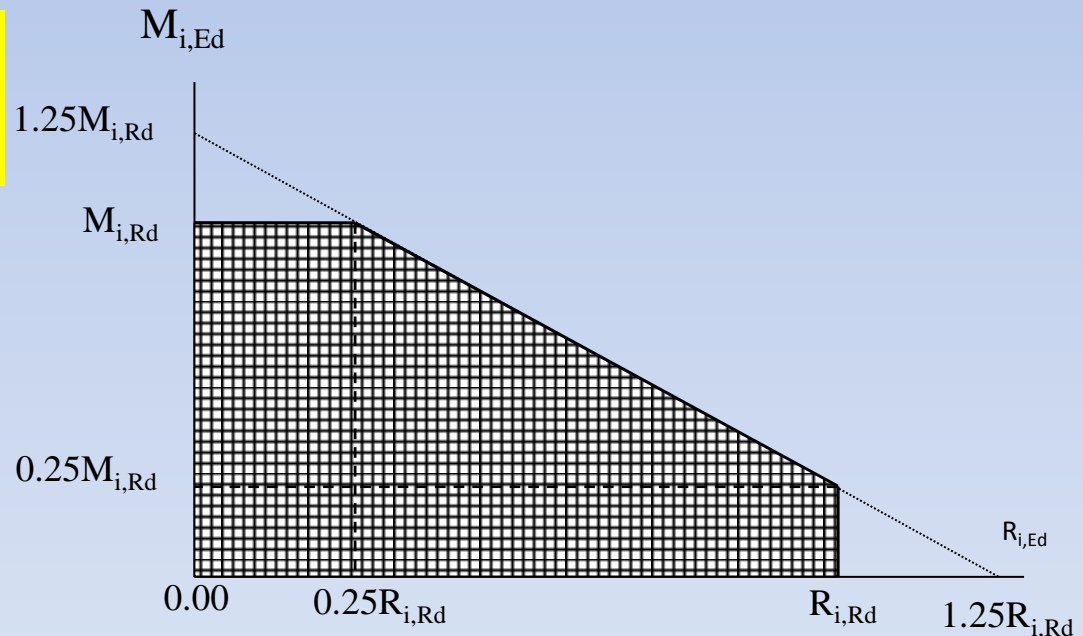
W szczególności dotyczy to przekroju nad podporą pośrednią, gdzie reakcja podporowa jest traktowana jak siła skupiona liniowa.

Przy obliczeniu **teoretycznym** wytrzymałość ta określona jest równaniami:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} + \frac{F_{Ed}}{R_{w,Rd}} \leq 1,25$$

$$M_{Ed} / M_{c,Rd} \leq 1$$

$$F_{Ed} / R_{w,Rd} \leq 1$$



W układach wieloprzesłowych: interakcja moment-reakcja - jest najczęstszym kryterium wymiarującym.

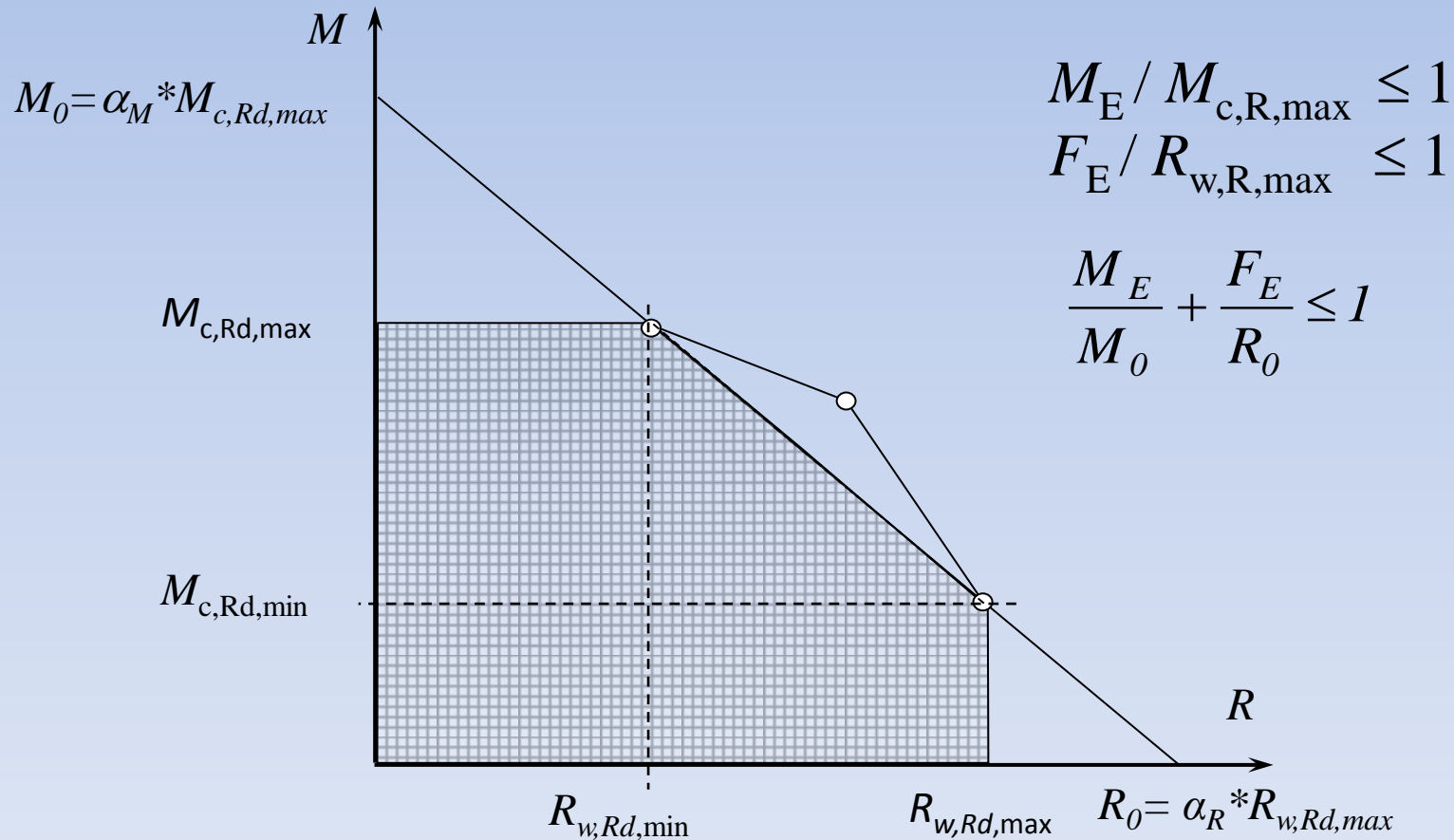
## Zasady obliczeń opartych na badaniach:

- **Stan Graniczny Użytkowości** (pod obciążeniem charakterystycznym) jest określony:
  - . dopuszczalną strzałką ugięcia,
  - . osiągnięciem 90% wytrzymałości na podporze pośredniej "PP"

Układ pracuje w zakresie sprężystym

Wymiarowanie w oparciu o badania, z uwagi na stosunkowo wysoki koszt, jest stosowane w szczególności przez producentów dysponujących laboratoriami.

Główna różnica tkwi we wzorze na sprawdzenie wytrzymałości na interakcje M-R na podporach pośrednich:



Gdzie:

$M_E$  jest momentem działającym na podporze

$F_E$  jest reakcją

$$M_0 = \alpha_M * M_{c,Rd,max}$$

$$R_0 = \alpha_R * R_{w,Rd,max}$$

$$\alpha_M = \frac{\eta_M \eta_R - 1}{\eta_M (\eta_R - 1)}$$

$$\alpha_R = \frac{\eta_M \eta_R - 1}{\eta_R (\eta_M - 1)}$$

$$\eta_R = \frac{R_{w,R,max}}{R_{w,R,min}}$$

$$\eta_M = \frac{M_{c,R,max}}{M_{c,R,min}}$$

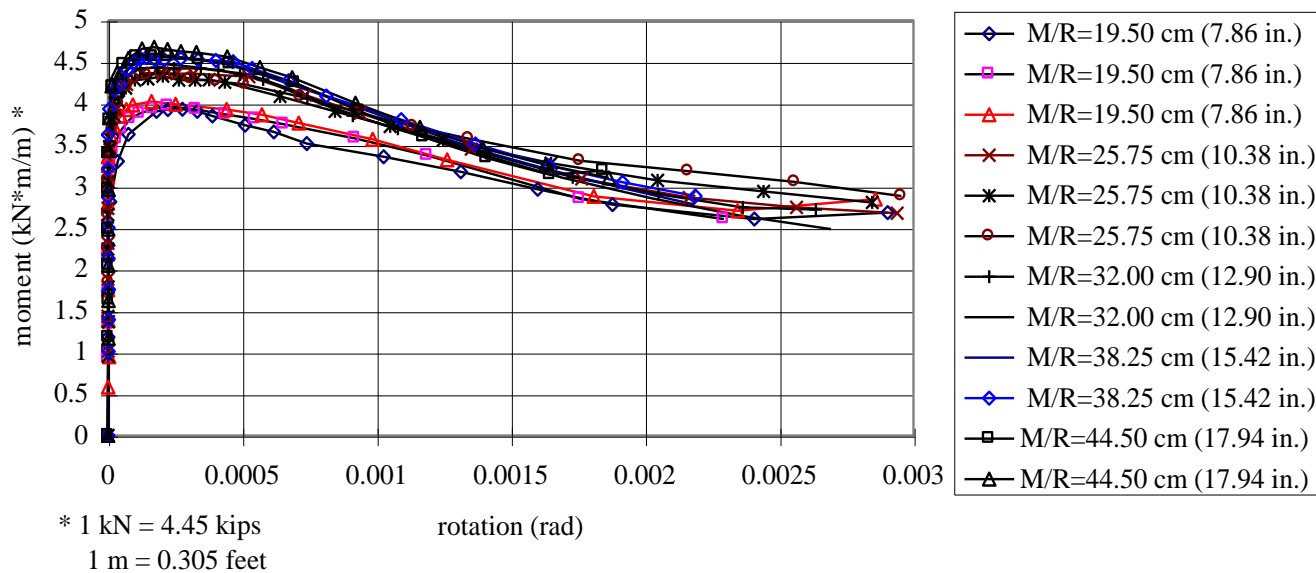


Powyższe wzory na wytrzymałość przekroju obciążonego jednocześnie momentem i siłą skupioną można stosować zarówno w przypadku obciążenia punktowego jak i liniowego, z tą tylko różnicą, że w przypadku obciążenia punktowego należy uwzględnić jego nierównomierne rozłożenie na sąsiednie fałdy.

## - Stan Graniczny Nośności (pod obciążeniem obliczeniowym)

określony jest:

- wytrzymałością na podporze skrajnej "PS",
- wytrzymałością na moment zginający w przęśle "P",
- obrotem  $\theta$  na podporze pośredniej



Zależność "M- $\theta$ " oraz wytrzymałości "PS" i "P" są określone doświadczalnie

# Obciążenie skupione punktowe

Ten typ obciążenia występuje na przykład w przypadku paneli słonecznych, obciążeń podwieszonych i t.p.

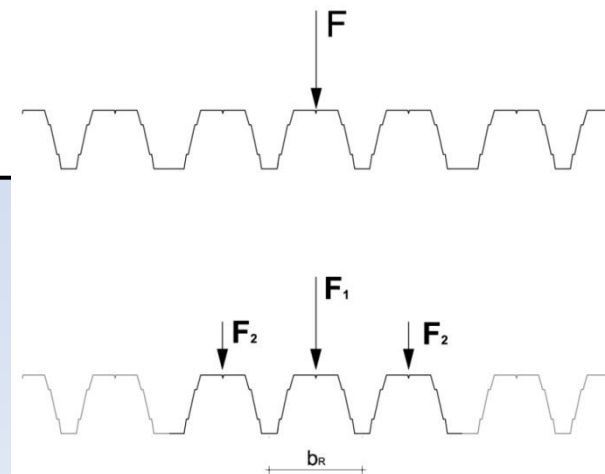
Poniższa metoda sprawdzenia została zaproponowana przez WG EN 1993-1-3 i nieformalnie zatwierdzona przez TC250/SC3, jako Amendment AM-1-3-2013-39 (przed formalnym zatwierdzeniem wszystkie « Amendments » poddane zostaną uprzedniemu głosowaniu państw członkowskich Unii Europejskiej).

Distribution of concentrated load	Loaded rib C1 [%]	Adjacent rib C2 [%]
Both sides	$(352 - 0,8 b_R) (x/l - 0,5)^2 + (12 + 0,2 b_R)$	$(44 - 0,1 b_R) [1 - 4 (x/l - 0,5)^2]$
One side (edge rib)	$(240 - 0,6 b_R) (x/l - 0,5)^2 + (40 + 0,15 b_R)$	$(60 - 0,15 b_R) [1 - 4 (x/l - 0,5)^2]$

$l$  is the span of the profiled sheet, in m

$x$  is the distance of the concentrated load from the adjacent support, in m

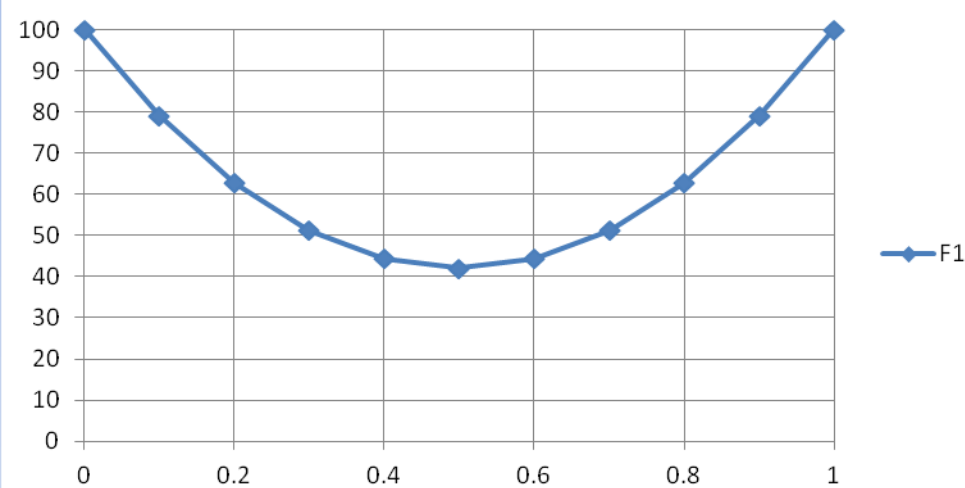
$b_R$  is the rib width, in mm



Obciążenie skupione rozkłada się na sąsiednie żebra w zależności od odległości od podpory w/g funkcji:

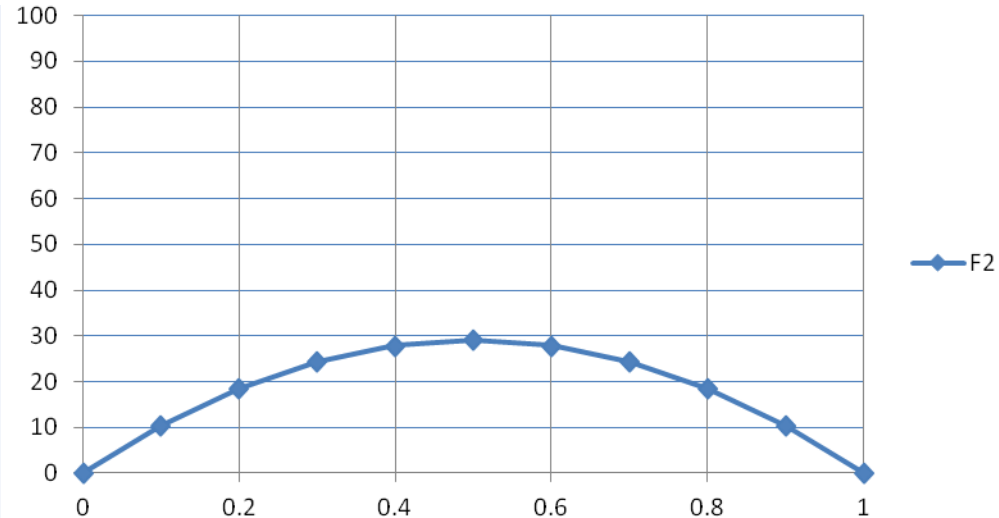
$$(352 - 0,8 b_R) (x/l - 0,5)^2 + (12 + 0,2 b_R)$$

**F1**

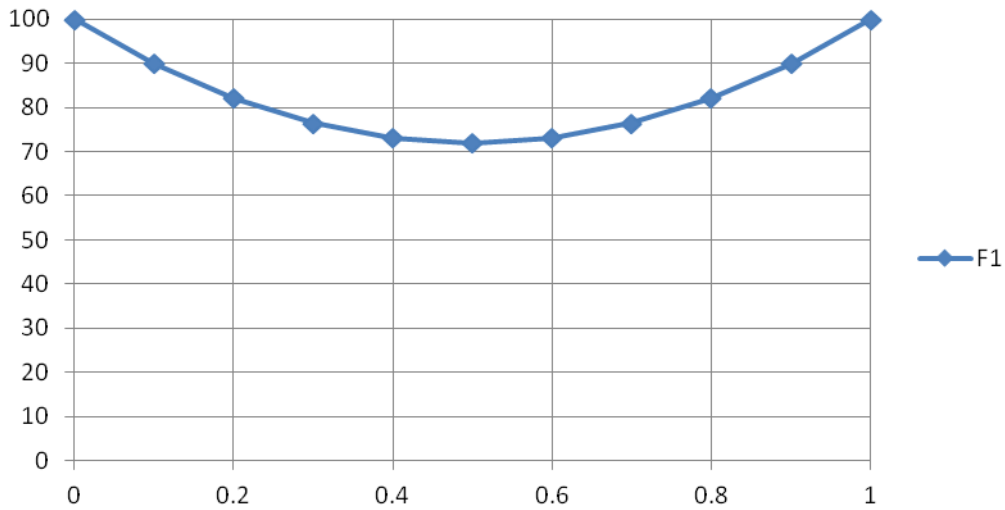


Przykładowo,  
dla  $b_R = 150$  mm

**F2**

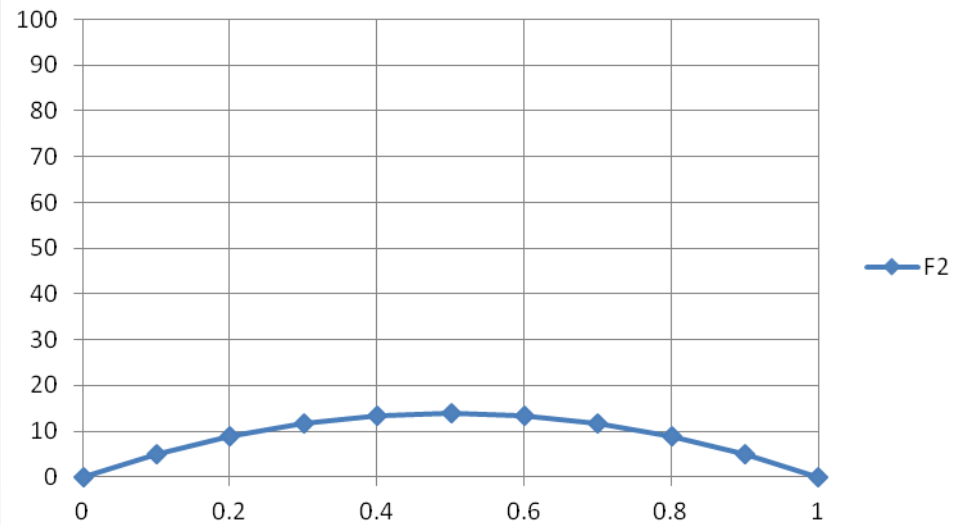


### F1



Przykładowo,  
dla  $b_R = 300$  mm

### F2

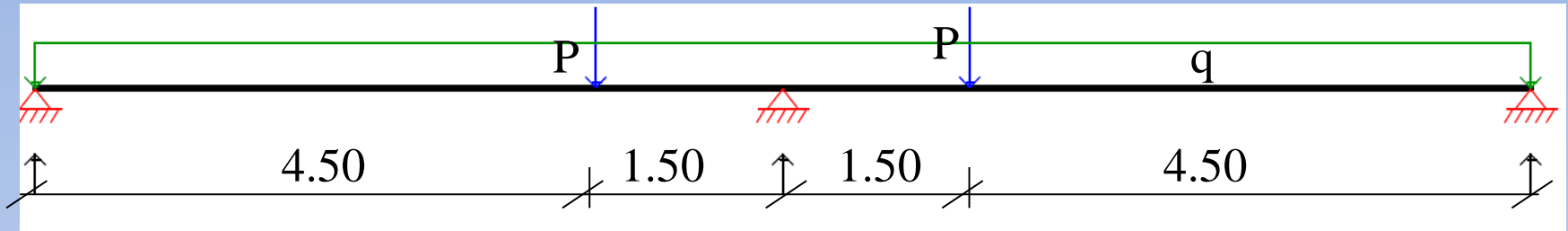


Obciążenie skupione powinno być rozłożone na przynajmniej dwa środki danego zebra w taki sposób aby uniknąć lokalnych odkształceń pólki lub środków blachy.

W przypadku obciążenia przyłożonego do górnej półki blachy, należy dodatkowo sprawdzić przekrój usytuowany pod obciążeniem skupionym na zgniatanie środków i na interakcje moment + siłą skupioną.

Znając rozkład obciążenia na daną fałdę i na fałdy sąsiednie, dalszy ciąg obliczeń statycznych układu jest realizowany dodając je do innych obciążeń.

# Przykład obliczeń



## Założenia i dane:

Sprawdzenie wytrzymałości zostanie zrealizowane obliczeniami teoretycznymi

Obciążenie charakterystyczne

$$q_k = 0.847 \text{ kN/m}^2$$

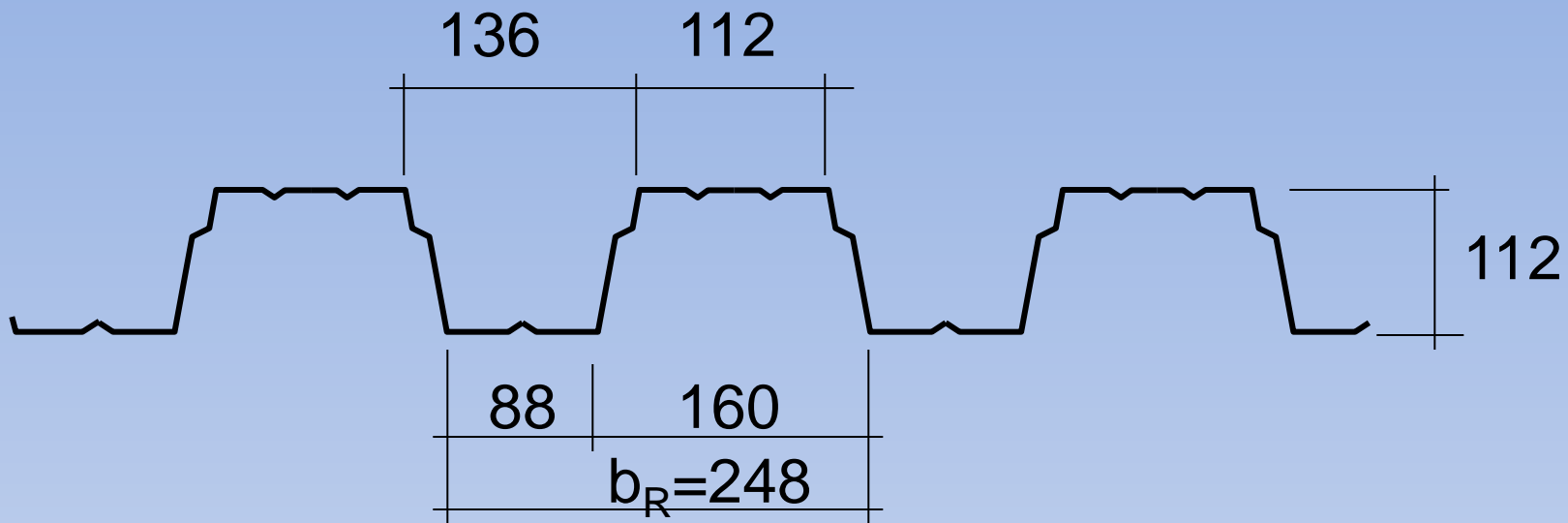
$P_k = 0.65 \text{ kN}$  (obciążenie stałe skupione przyłożone do 1 fałdy)

Obciążenie obliczeniowe

$$q_d = 1.241 \text{ kN/m}^2$$

$P_d = 0.878 \text{ kN}$  (obciążenie stałe skupione przyłożone do 1 fałdy)

Dopuszczalne ugięcie  $f_{\max} = L/300 = 20 \text{ mm}$



Obciążenie obliczeniowe działające na 1 fałdę:

$$q_1 = 1.241 * 0.248 = 0.308 \text{ kN/m}$$

$$F_1 = [(352 - 0,8 b_R) (x/l - 0,5)^2 + (12 + 0,2 b_R)] * P = 0.625 \text{ kN}$$

Charakterystyki przekroju dla 1 fałdy:

$$M_{rd-} = 2.300 \text{ kNm}; \quad M_{rd+} = 2.864 \text{ kNm}$$

$$R_{w,Rd+} = 8.830 \text{ kN} \text{ (wytrzymałość na siłę skupioną działającą w górę)}$$

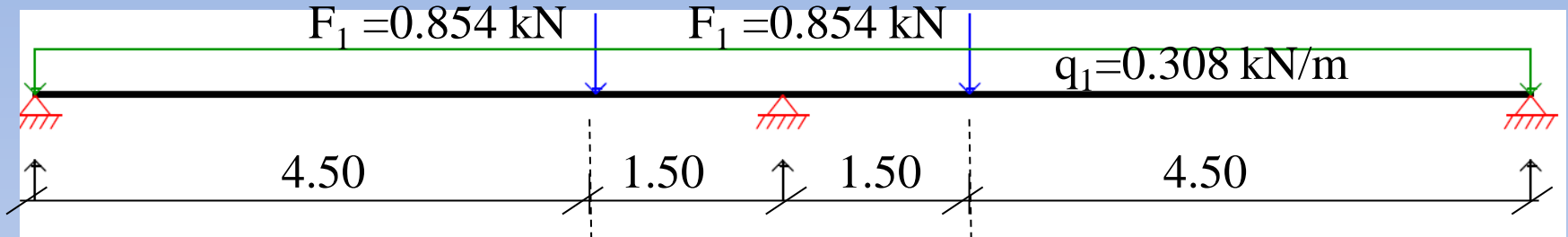
$$R_{w,Rd-} = 8.890 \text{ kN} \text{ (wytrzymałość na siłę skupioną działającą w dół)}$$

$$V_{b,Rd} = 12.72 \text{ kN} \text{ (wytrzymałość na ścinanie)}$$

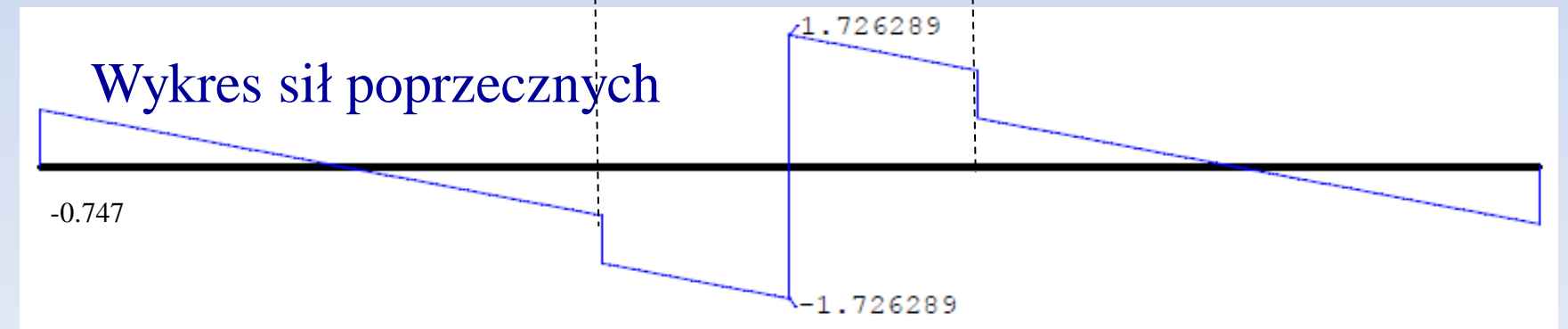
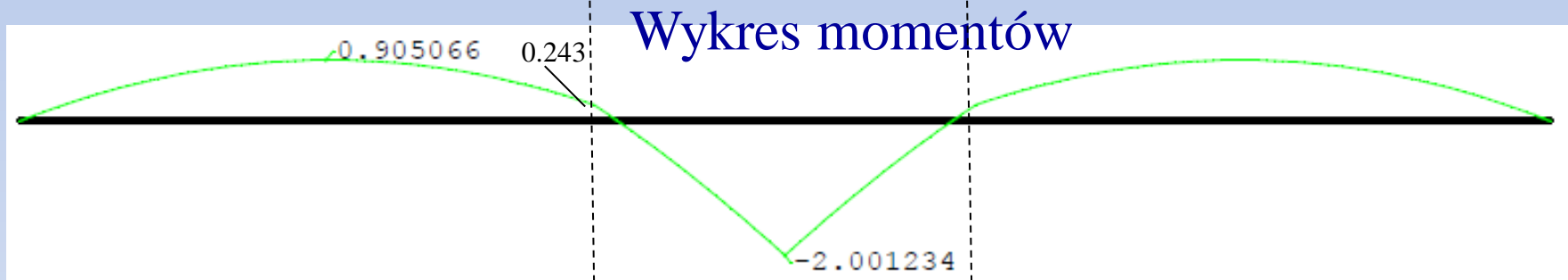
$$I_{eff} = 46.42 \text{ cm}^4$$



# Schemat statyczny obliczeniowy dla 1 żebra



Wyniki obliczeń



Sprawdzenie wytrzymałości na podporze pośredniej

$$M_{Ed} = 2.001 \text{ kN} < M_{Rd-} = 2.300 \text{ kN}$$

$$R_{ed} = 1.7263 + 1.7263 = 3.453 < R_{w,Rd} = 8.830$$

$$M_{Ed} / M_{Rd-} + R_{Ed} / R_{w,Rd+} =$$

$$2.001 / 2.300 + 3.453 / 8.830 = 0.870 + 0.391 = 1.261 \cong 1.25$$

=> przekroczenie wytrzymałości  $[(1.261 - 1.25) / 1.25] * 100\% = 0.88\%$

Sprawdzenie wytrzymałości pod obciążeniem skupionym

$$M_{Ed} = 0.243 \text{ kN} < M_{Rd-} = 2.300 \text{ kN}$$

$$F_{ed} = 0.854 < R_{w,Rd} = 8.890$$

$$M_{Ed} / M_{Rd+} + F_{Ed} / R_{w,Rd-} =$$

$$0.243 / 2.300 + 0.854 / 8.890 = 0.1057 + 0.0961 = 0.2017 < 1.25$$

Sprawdzenie wytrzymałości na ścinanie

$$V_{Ed} = 1.726 \text{ kN} < 0.5V_{b,Rd} = 0.5 * 12.72 \text{ kN} = 6.36 \text{ kN}$$

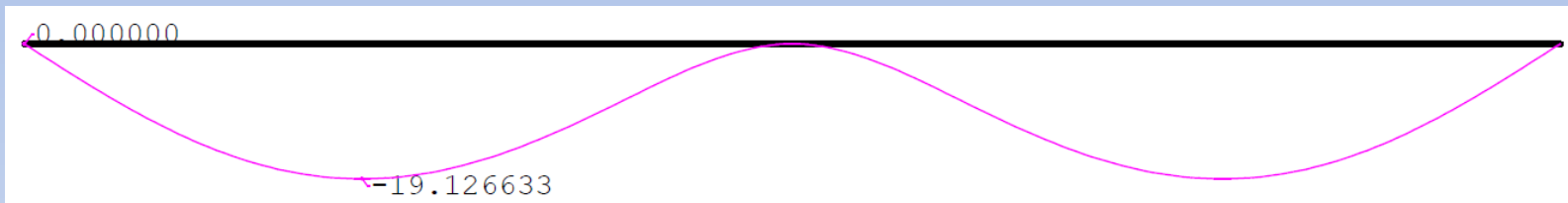
→ Nie ma redukcji wytrzymałości przy podporze spowodowanej naprężeniami ścinającymi

# Sprawdzenie ugięcia

Obciążenie charakterystyczne działające na 1 fałdę:

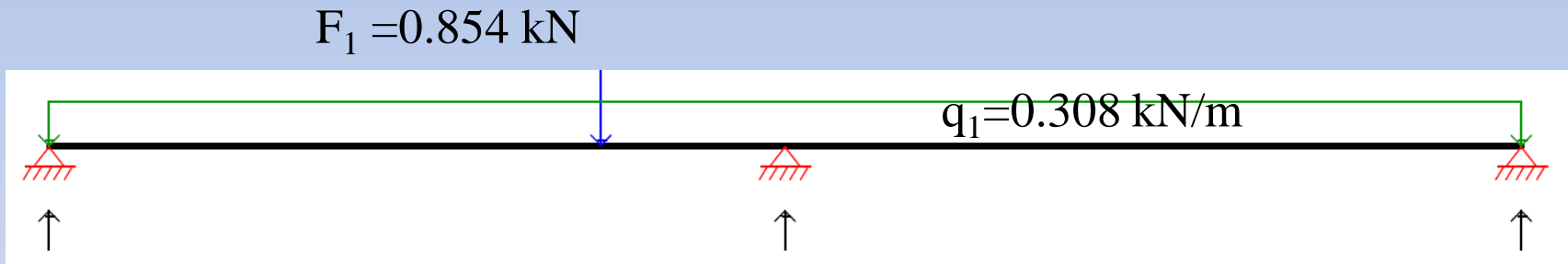
$$q_1 = 0.847 * 0.248 = 0.210 \text{ kN/m}$$

$$F_1 = [(352 - 0,8 b_R) (x/l - 0,5)^2 + (12 + 0,2 b_R)] * P = 0.463 \text{ kN}$$

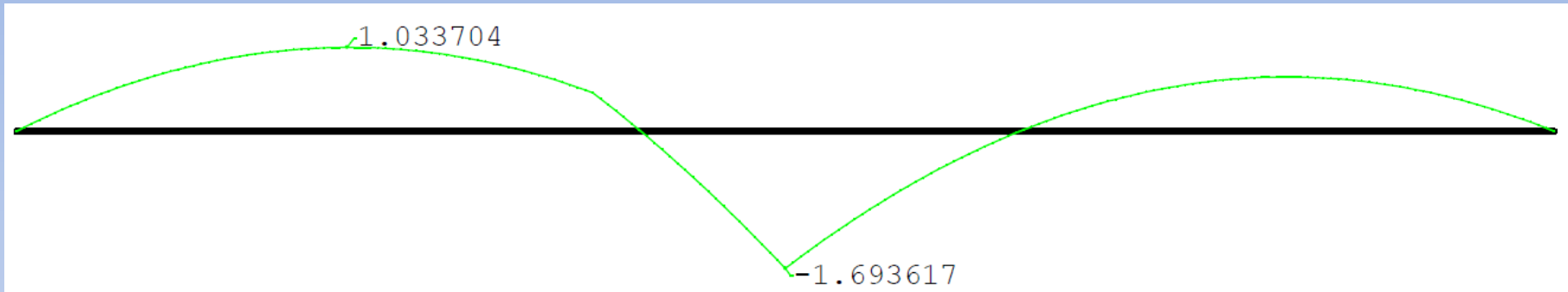


$$f_{\max} = 19.1 \text{ mm} < 6000/300 = 20 \text{ mm}$$

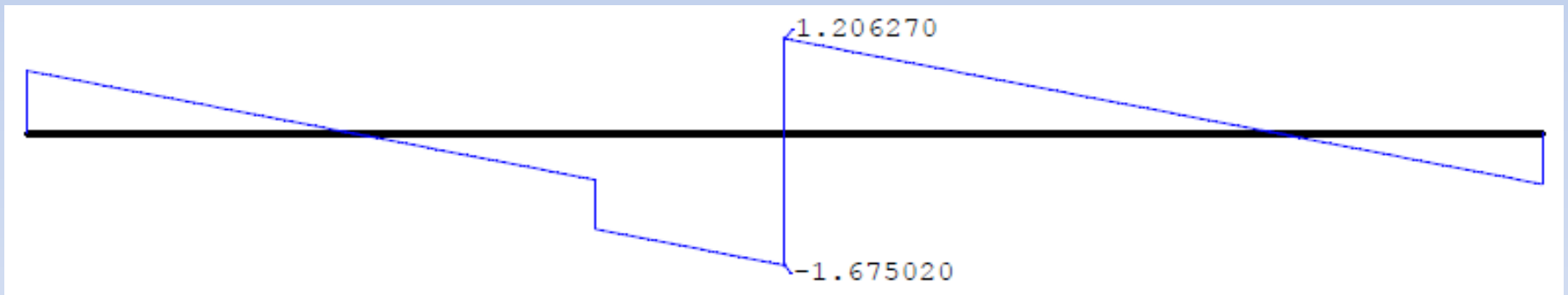
Dla porównania, wyniki obliczeń  
z obciążeniem punktowym w jednym przęśle



## Wykres momentów

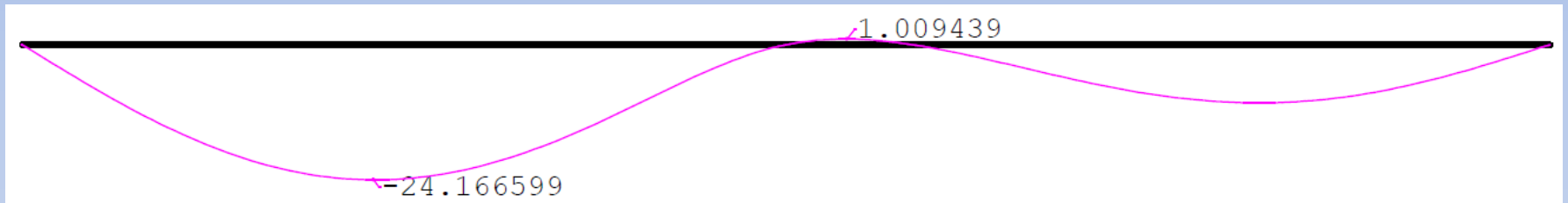


## Wykres sił poprzecznych



=> Wysiłki na podporze pośredniej nieznacznie zmalały, natomiast wzrósł moment w obciążonym przęśle

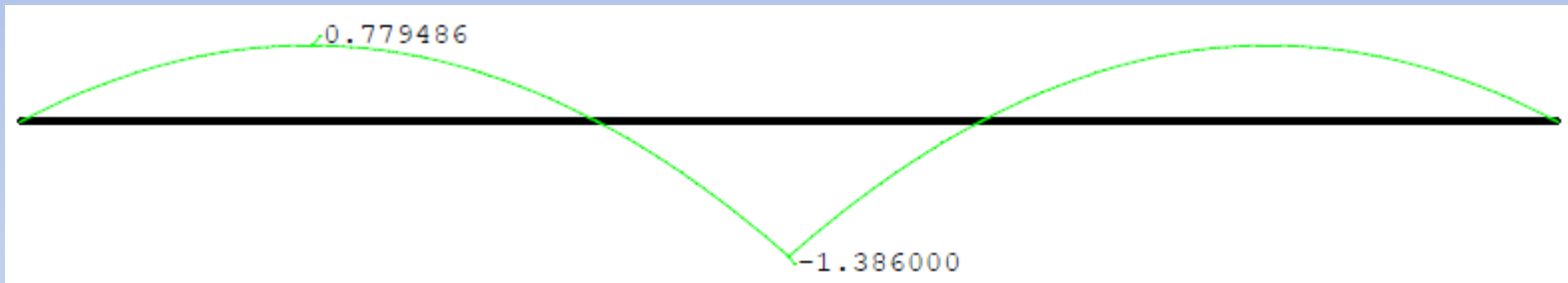
# Sprawdzenie ugięcia



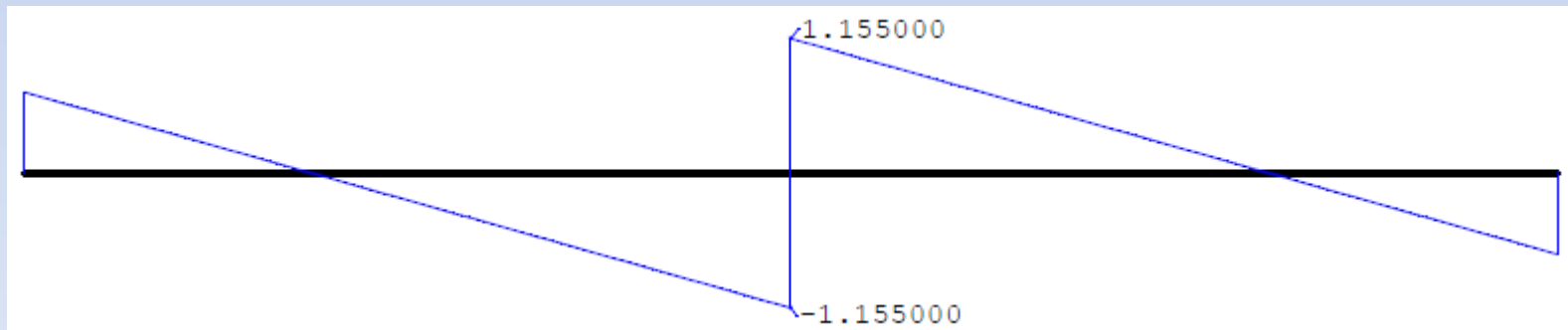
$$f_{\max} = 24.17 \text{ mm} > 6000/300 = 20 \text{ mm}$$

# Dla porównania, wyniki obliczeń bez obciążeń punktowych

## Wykres momentów



## Wykres sił poprzecznych



Sprawdzenie wytrzymałości na podporze pośredniej

$$M_{Ed} = 1.386 \text{ kN} < M_{Rd-} = 2.300 \text{ kN}$$

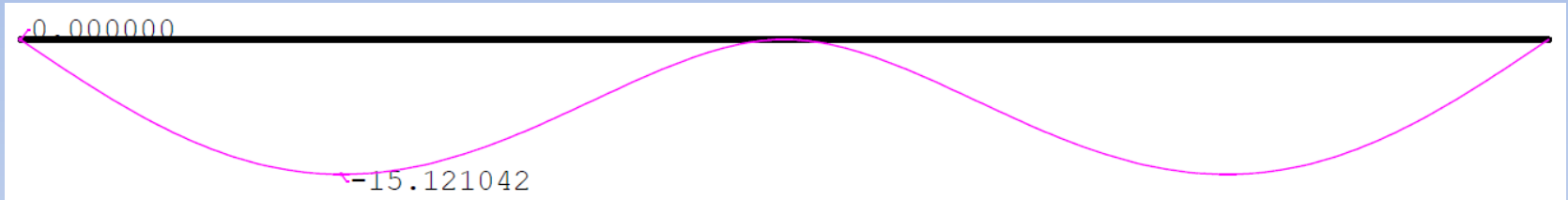
$$R_{ed} = 1.155 * 2 = 2.310 < R_{w,Rd} = 8.830$$

$$M_{Ed} / M_{Rd-} + R_{Ed} / R_{w,Rd+} =$$

$$1.386 / 2.300 + 2.31 / 8.830 = 0.603 + 0.262 = 0.865 < 1.25$$



# Sprawdzenie ugięcia



$$f_{\max} = 15.12 \text{ mm} < 6000/300 = 20 \text{ mm}$$

# POŁACIE DACHOWE Z KRZYWIZNĄ ZREALIZOWANĄ NA BUDOWIE

Dla połączeń jednokrzywiznowych należy rozróżnić 2 przypadki:

a) Krzywizna ujemna (wypukłość), której towarzyszy moment montażowy dodatni, ze ściskaniem dolnych pólki blachy.

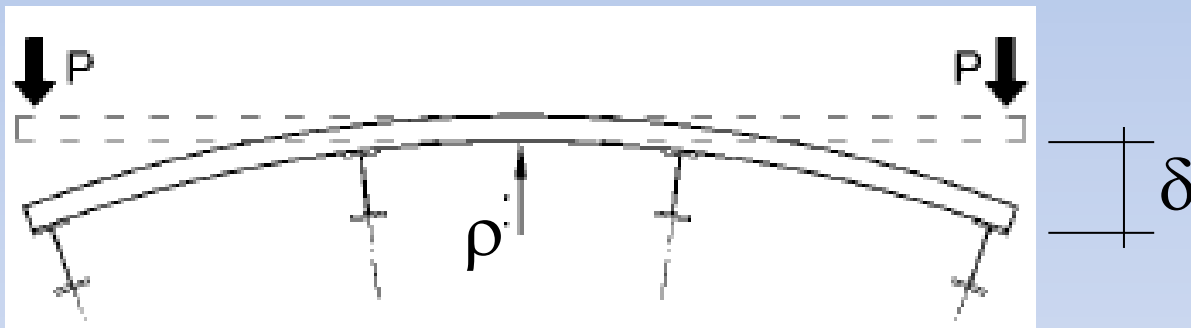
W tym przypadku przy sprawdzeniu wytrzymałości blachy w prześle moment montażowy należy odjąć od momentów przeszłowych (wpływ korzystny) i dodać do momentów na podporach pośrednich wygenerowanych warunkami użytkowania (wpływ niekorzystny).

b) Krzywizna dodatnia (wklęsłość), której towarzyszy moment montażowy dodatni, ze ściskaniem górnych pólki blachy.

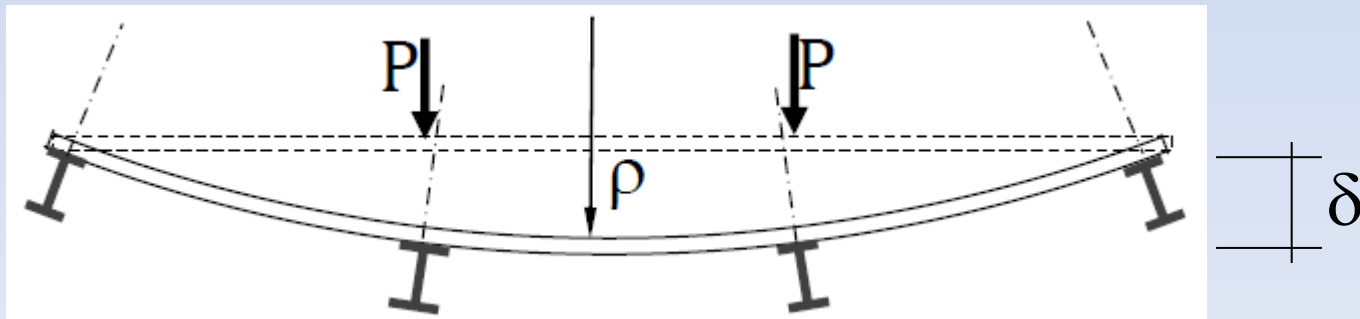
W tym przypadku przy sprawdzeniu wytrzymałości blachy w prześle moment montażowy należy dodać do momentów przeszłowych (wpływ niekorzystny) i odjąć od momentów na podporach pośrednich wygenerowanych warunkami użytkowania (wpływ korzystny).

Praktyczny sposób na oszacowanie momentu zginającego towarzyszącego przewidywanemu promieniowi gięcia polega na obliczeniu sił  $P$  potrzebnych dla zrealizowania zadanego ugięcia  $\delta$ , używając powszechnie znanych wzorów wytrzymałości materiałów na ugięcia belek.

a) Krzywizna ujemna

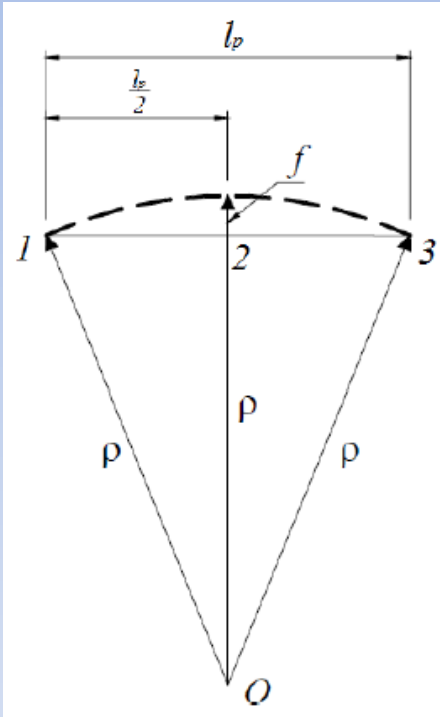


b) Krzywizna dodatnia



Inny sposób polega na bezpośrednim określeniu momentu zginającego w funkcji promienia krzywizny  $\rho=1/y''$

Znając promień krzywizny  $\rho$  możemy oszacować odpowiadający mu moment zginający



$$\rho = \frac{f^2 + \left(\frac{l_p}{2}\right)^2}{2f} \approx \frac{l_p^2}{8f}$$

$$M = EI * y'' = \frac{EI}{\rho}$$

i następnie siłę montażową  $P=M/L$ , gdzie  $L$  jest rozpiętością przęsła blachy

Ważnym celem oszacowania wartości momentów i reakcji na podporach pośrednich jest sprawdzenie, że w czasie montażu nie będzie przekroczona wytrzymałość na interakcje M + R.

Jest to bardzo istotne, gdyż w przeciwnym wypadku powstaną przeguby plastyczne nad podporami i w wyniku redystrybucji momentów krzywizna połączenia dachowej nie tylko nie będzie równa przewidzianej przez architekta ale ponadto stanie się ona nieregularna.

Niezależnie od tego należy sprawdzić, że wytrzymałość na podporach nie jest przekroczona w fazie użytkowania obiektu.

Należy przy tym uwzględnić, że w fazie obciążania montażowego blacha nie opiera się na całej szerokości górnych półek płatwi pośrednich. Zmniejsza to wytrzymałość na reakcję, którą obliczamy w/g wzoru (6.18) Eurokodu 3-1-3:

$$R_{w,Rd} = \alpha t^2 \sqrt{f_{yb} E} \left( 1 - 0,1\sqrt{r/t} \right) \left[ 0,5 + \sqrt{0,02 l_a / t} \right] \left( 2,4 + (\phi/90)^2 \right) / \gamma_{MI}$$

We wzorze tym ważnym parametrem jest szerokość podparcia  $l_a$ , która w początkowej fazie obciążenia montażowego jest  $=0$  ( $\Rightarrow l_a=10$  mm) i dopiero po zakończeniu obciążenia montażowego jest równa fizycznej szerokości podparcia  $s_s$ . Należy też zwrócić uwagę, na to że niedokładność obliczeń wynikająca m.in. ze zróżnicowanych ugięć sąsiednich płatwi jest tutaj większa niż w przypadku połączenia dachowej płaskiej.

Podsumowując, można powiedzieć, że określenie "oszacowanie" nie zostało użyte przypadkowo.

Z tego też powodu, przy sprawdzeniu wytrzymałości zarówno w fazie montażowej jak i w fazie użytkowania obiektu uzasadnione wydaje się zastosowanie przewidzianego w Eurokodzie 3-1-3 częściowego współczynnika bezpieczeństwa "systemowego"  $\gamma_{sys}=1.15$ .

---

*Dziękuję za uwagę*